

Workshop

*Einführung in die Inverse
Kinematik*

FabLab Nürnberg – Johannes Heberlein

thingiverse.com/joo

Geometrischer Ansatz zur
mathematischen Modellfindung der
inversen Kinematik eines quasi parallel
verlinkten Roboterarms zur
Stellwertfindung polar agierender
Aktoren für einen im kartesischem
Koordinatensystem agierenden
Endeffektor

Übersicht

- Grundlagen der Geometrie
- Grundlagen der Kinematik
- Übung/Beispiel Parallelroboterarm
- Plotclock erklärt
- Übung

Geometrische Grundlagen

- Karthesisches und Polars Koordinatensystem
 - Pythagoras und Arkustangens
- Kosinussatz
- Z-Winkel
- Winkelfunktion Arduino

Polare und Kartesische Koordinaten

Kartesische Koordinaten Punkt P:

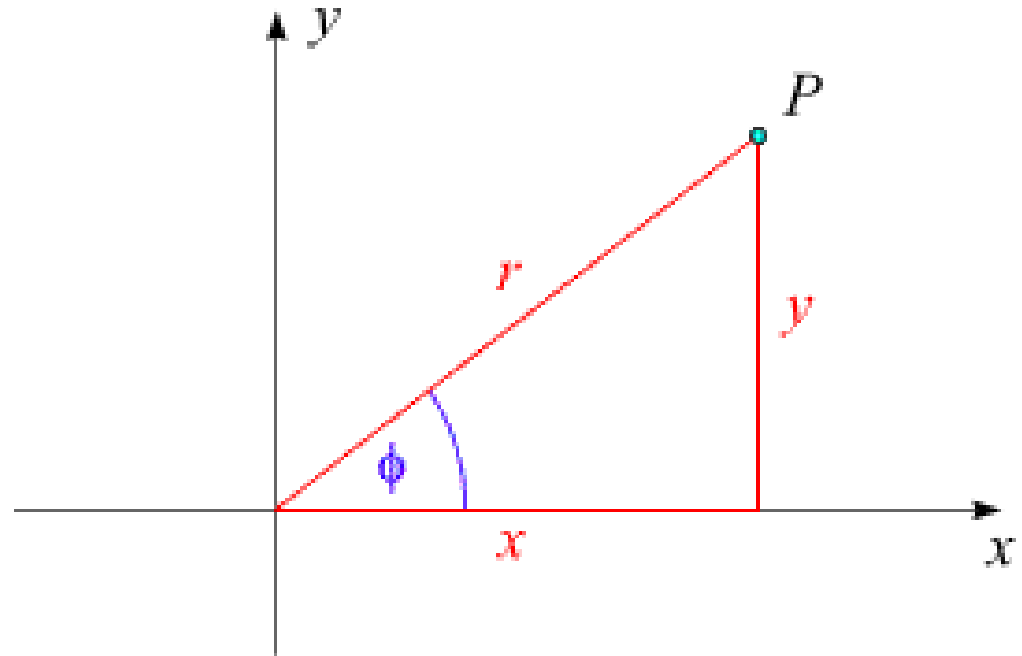
$$x = r \cdot \cos(\varphi)$$

$$y = r \cdot \sin(\varphi)$$

Polar Koordinaten

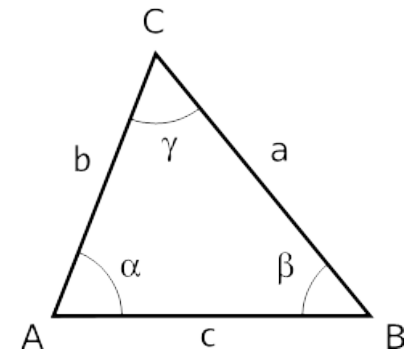
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan(\varphi) = y/x$$



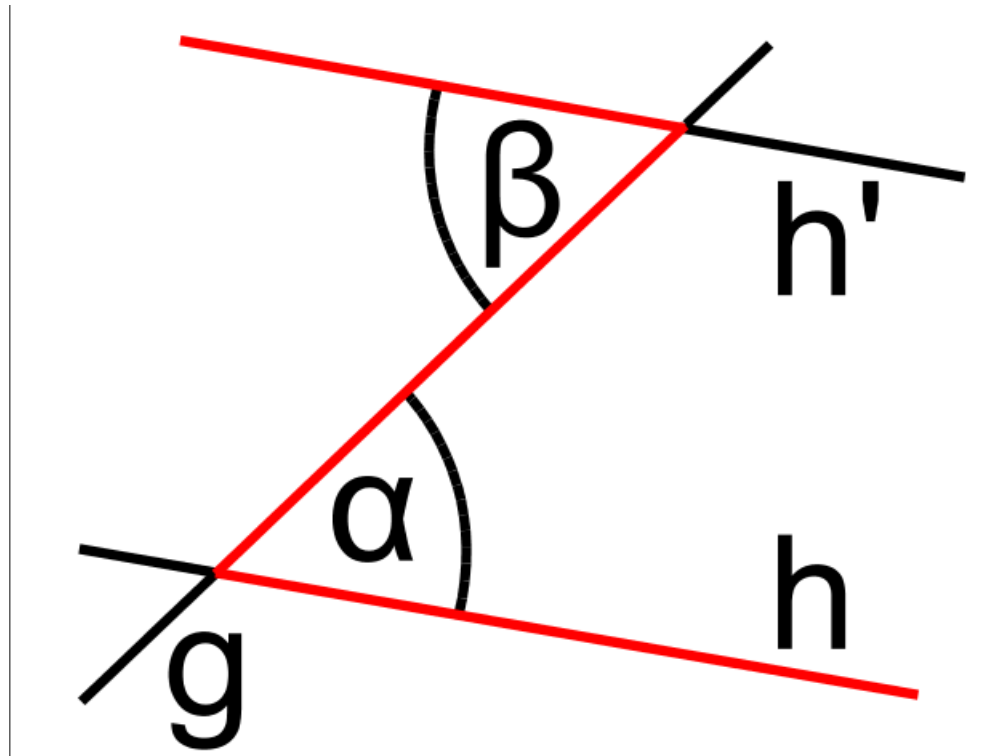
Kosinussatz

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$



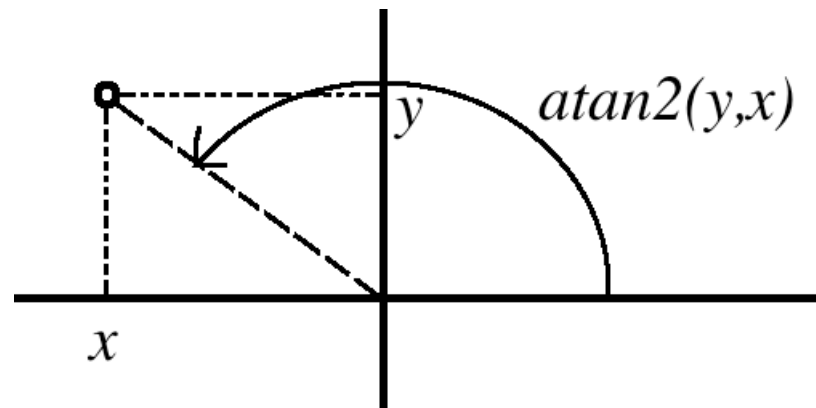
```
double return_angle(double a, double b, double c) {  
    // cosine rule for angle between c and a  
    return acos((a * a + c * c - b * b) / (2 * a * c));  
}
```

Z-Winkel



Winkel in Arduino

- Winkel in Radian, gegen den Uhrzeigersinn
Start bei „3 Uhr“
- `atan2` unabhängig vom jeweiligen Quadrant
- Standard in den meisten Programmiersprachen

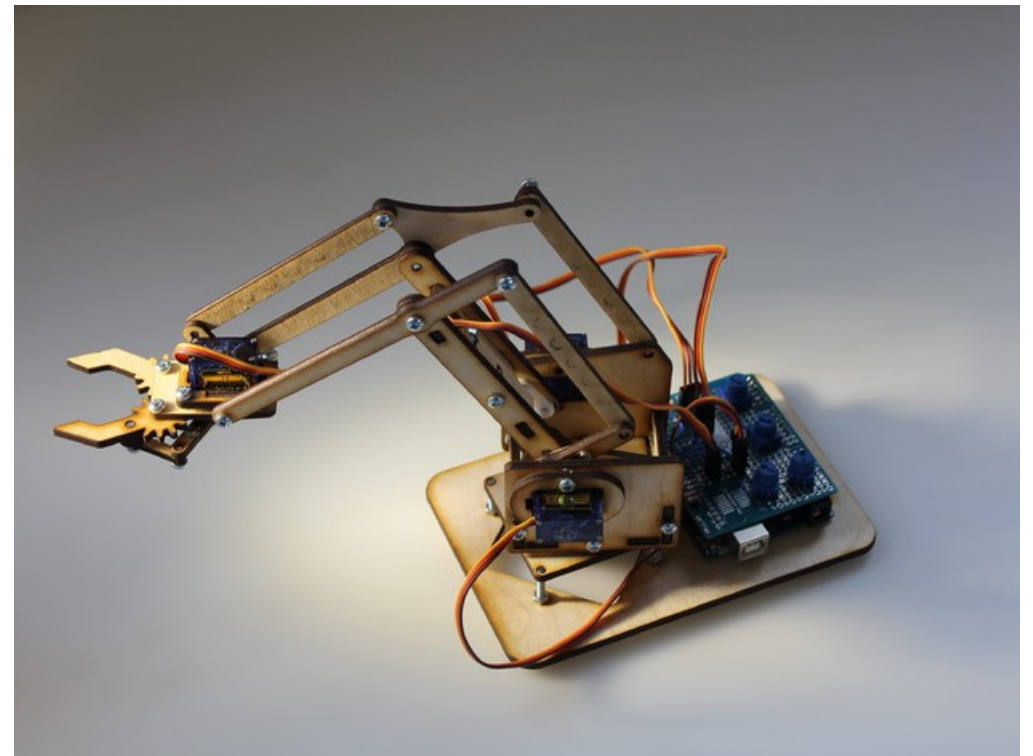
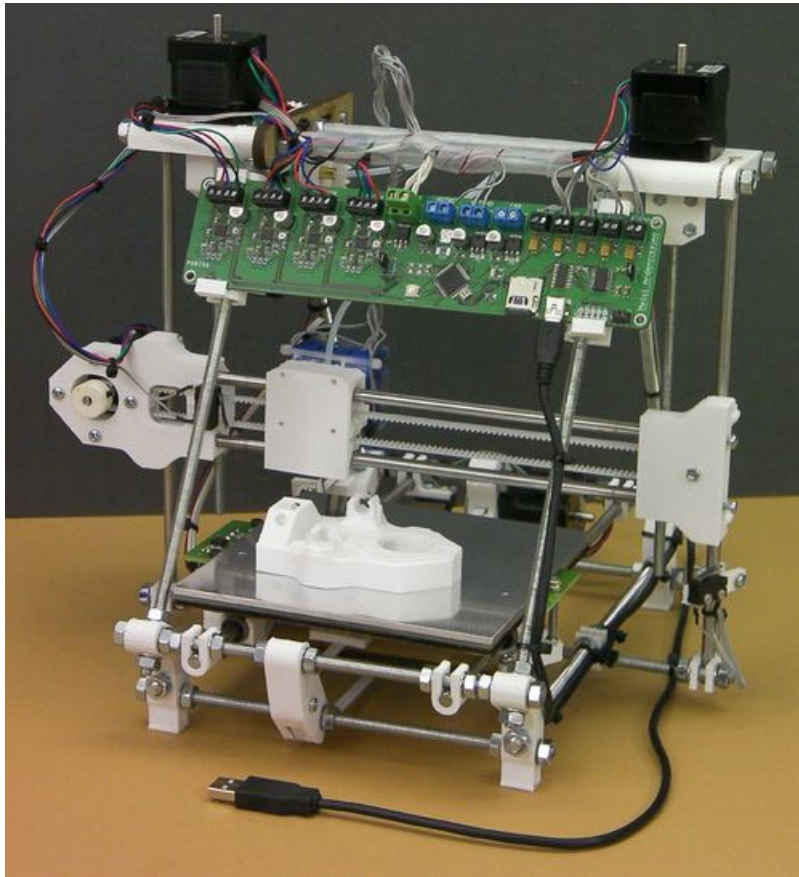


Grundlagen der Kinematik

- Unterschied direkte und inverse Kinematik
- Freiheitsgrade
 - n Formeln/Aktoren für n Freiheitsgrade
- Aktoren, Gelenke, Lager

Unterschied direkte und inverse Kinematik

Gehe 30 Schritte je 0,1mm nach links!

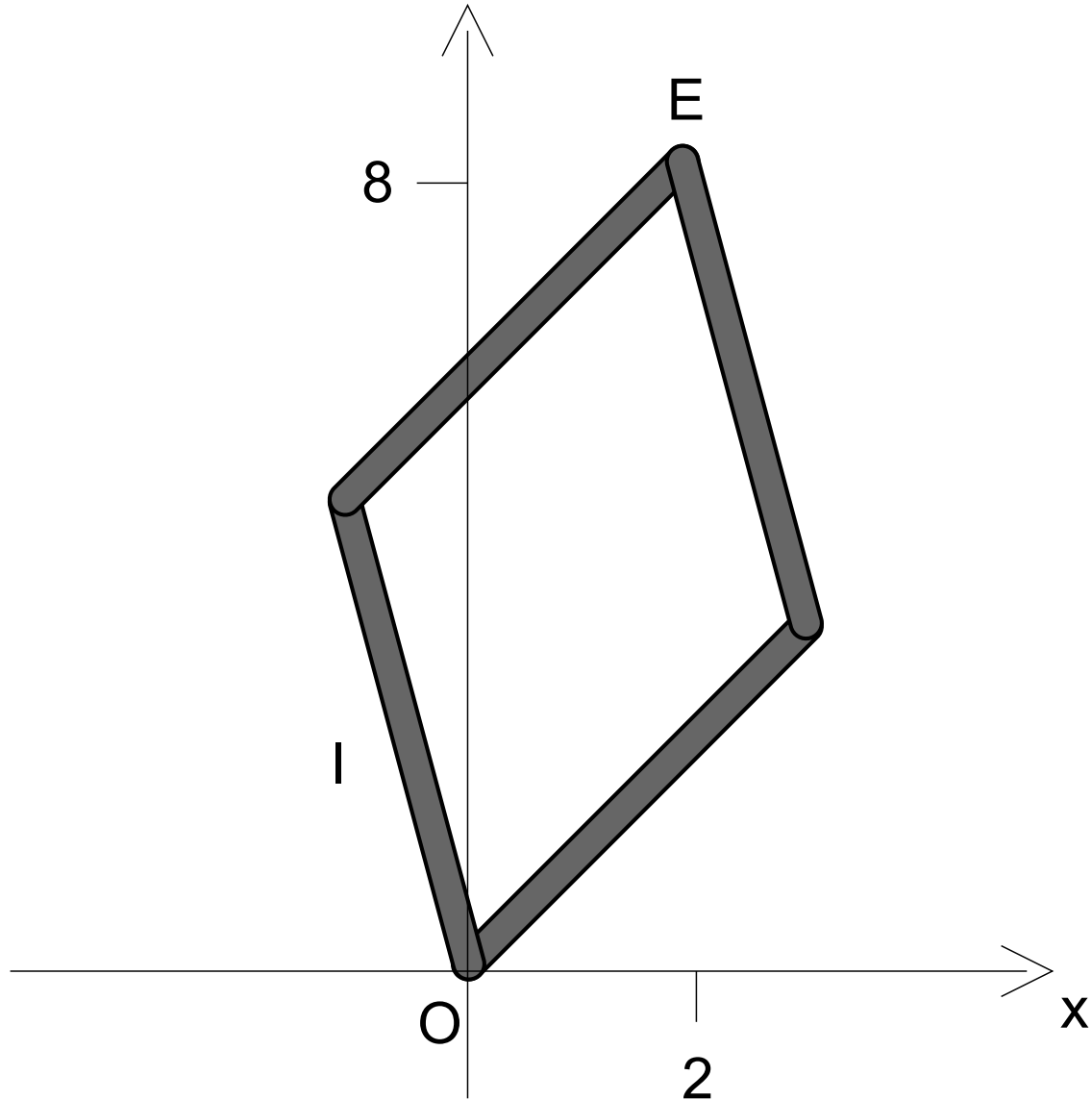


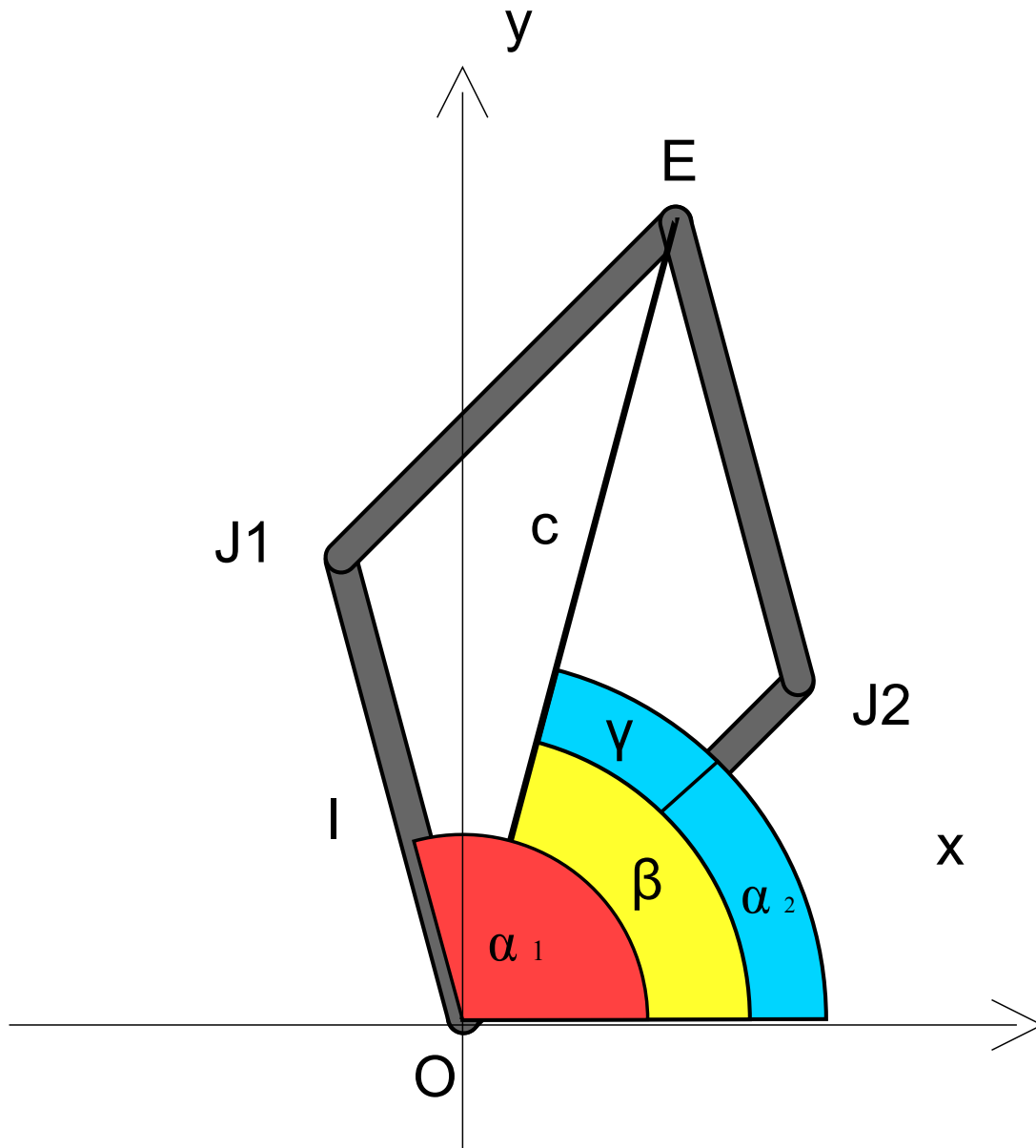
Welche Schritte muss ich gehen um 3 mm gerade nach links zu fahren?

Freiheitsgrade

- Anzahl Aktoren bestimmt Anzahl der Freiheitsgrade:
- Lasercutter: 2 Schrittmotoren → 2D
- 3D Drucker: 3 Schrittmotoren → 3D
- Plotclock: 2 Servos (+1 Hub Servo) → „2.5D“

Beispiel Parallelroboterarm





Gegeben:

$O(0,0)$; $E(2,8)$; $l=6$

Gesucht:

α_1 ; α_2

Winkelbedingungen:

$\beta = \text{atan2}((E_y - O_y), (E_x - O_x))$

$\beta = \text{atan2}(E_y, E_x) \rightarrow 1,32\text{rad}$

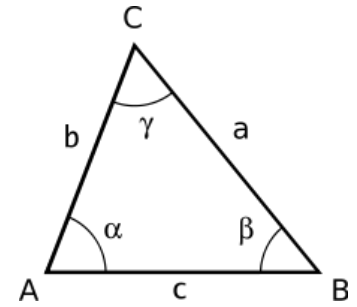
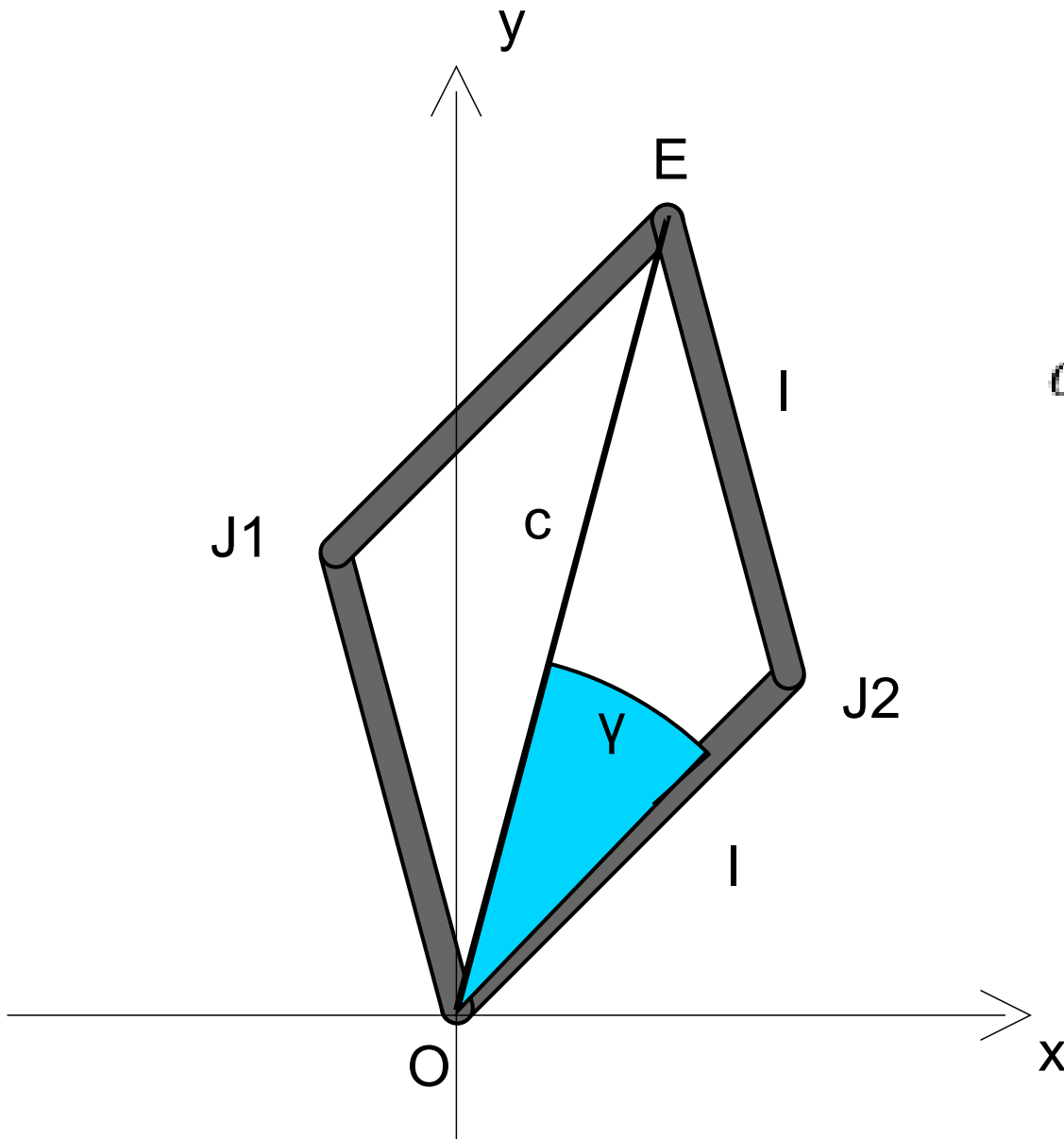
$$\alpha_1 = \beta + \gamma$$

$$\alpha_2 = \beta - \gamma$$

$$c = \sqrt{(E_y - O_y)^2 + (E_x - O_x)^2}$$

$$c = \sqrt{E_y^2 + E_x^2} \rightarrow 8,25$$

-> einzig der Winkel γ fehlt



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cos(\alpha)$$

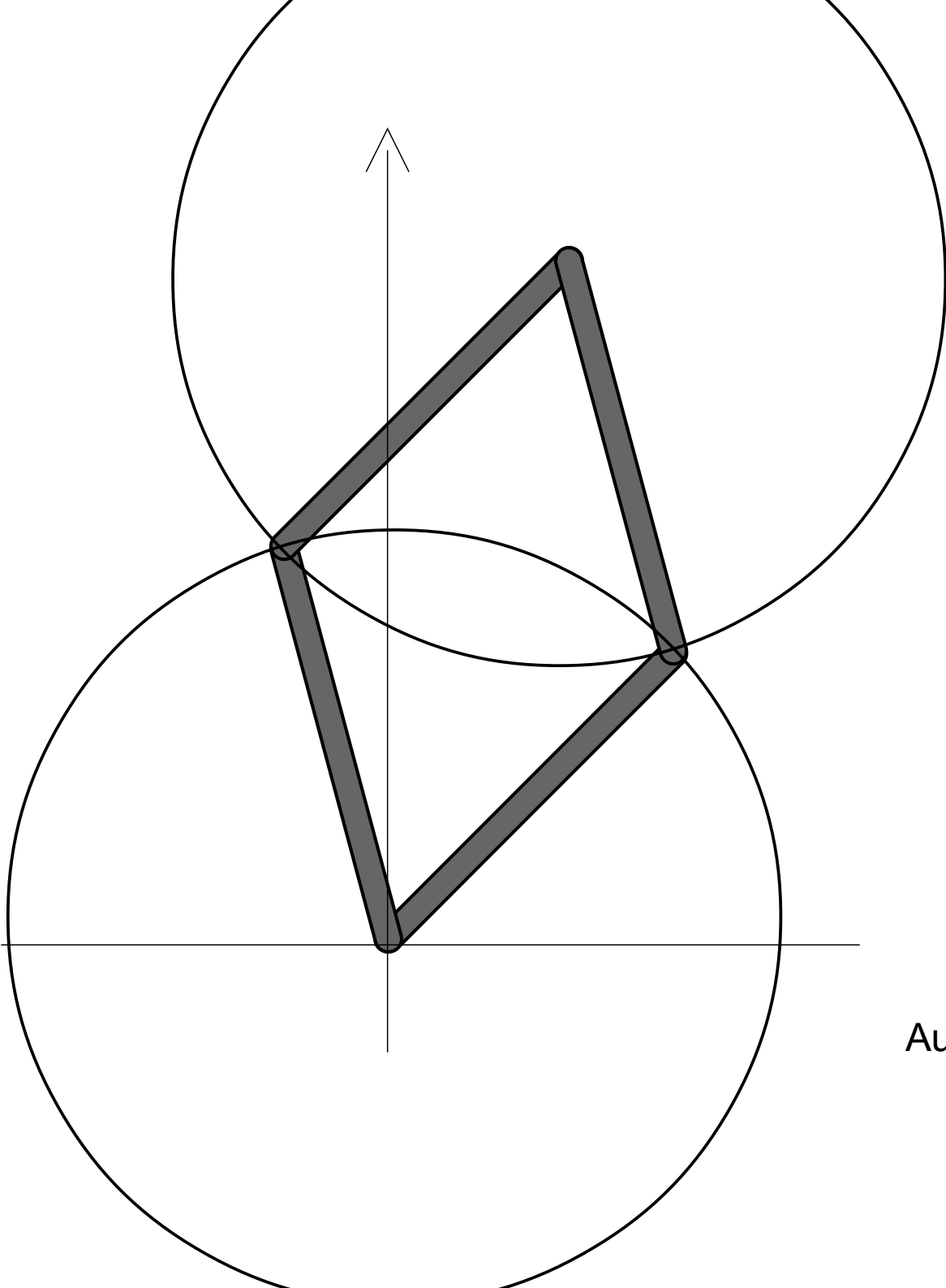
$$(b^2 + c^2 - a^2) / 2bc = \cos(\alpha)$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{c \cdot c + l \cdot l - l \cdot l}{2 \cdot c \cdot l}\right)$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{c}{2 \cdot l}\right)$$

hier 0,813



Auf Karrierten Papier Zeichnen

Aktoren und Gelenke

- Schiene, Linearaktor, \rightarrow Linie
- Servomotor, normales Gelenk \rightarrow Kreis
- Kugelgelenk \rightarrow Kugel

Plotclock erklärt

Vorschlag Übung